

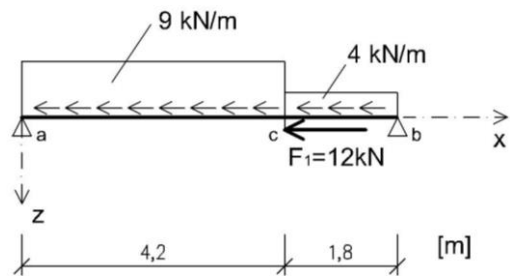
Obr.: Výpočtový model nosníku

Osově namáhaný prut – ohybová analogie

Zadání

Oboustranně upnutý nosník je namáhaný osovým zatížením podle obrázku. Průřez nosníku je čtvercový o hraně $a = 0,16 \text{ m}$, modul pružnosti materiálu je $E = 11 \text{ GPa}$.

Nakreslete průběhy normálových sil a posunutí po délce nosníku. Použijte analogii s ohybem nosníků.



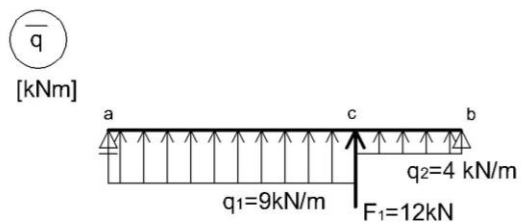
Obr.: Výpočtový model nosníku

Řešení

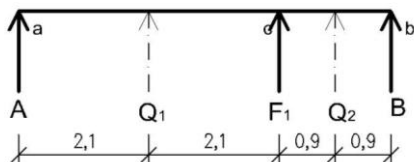
K řešení je možné využít analogie k ohýbaným nosníkům, neboť tuhost průřezu EA je konstantní po celé délce nosníku a zatížení je silové.

V prvním kroku se osově zatížení prutu převede na příčné. Je třeba dbát konvencí – kladné osově zatížení je v kladném směru osy x , kladné příčné zatížení je ve směru kladné osy z .

Nakreslete zatížení fiktivního nosníku.



Obr.: Zatížení fiktivního nosníku



Obr.: Schéma s náhradními břemeny

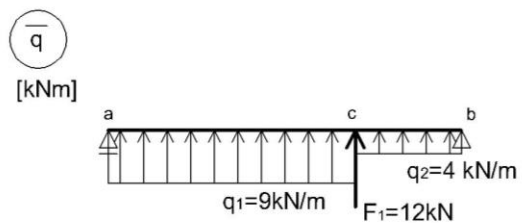
V konkrétním případě daného schématu je osové zatížení záporné, příčné zatížení tedy musí směřovat proti ose z .

Následuje řešení posouvajících sil a ohybových momentů na ohýbaném nosníku.

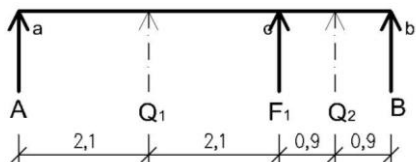
Určete náhradní břemena podle obrázku:

$$\bar{Q}_1 = (?) \text{ [kN]}$$

$$\bar{Q}_2 = (?) \text{ [kN]}$$



Obr.: Zatížení fiktivního nosníku



Obr.: Schéma s náhradními břemeny

Náhradní břemena:

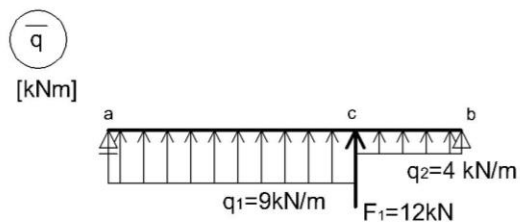
$$\bar{Q}_1 = 4,2 \cdot \bar{q}_1 = 4,2 \cdot 9 \cdot 10^3 = 37,8 \cdot 10^3 \text{ N} = 37,8 \text{ kN}$$

$$\bar{Q}_2 = 1,8 \cdot q_2 = 1,8 \cdot 4 \cdot 10^3 = 7,2 \cdot 10^3 \text{ N} = 7,2 \text{ kN}$$

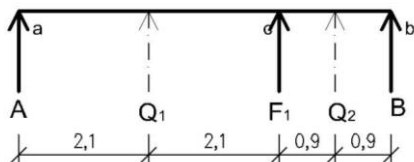
Určete reakce fiktivního nosníku:

$$\bar{A} = (?) \text{ [kN]}$$

$$\bar{B} = (?) \text{ [kN]}$$



Obr.: Zatížení fiktivního nosníku



Obr.: Schéma s náhradními břemeny

Náhradní břemena:

$$\bar{Q}_1 = 4,2 \cdot \bar{q}_1 = 4,2 \cdot 9 \cdot 10^3 = 37,8 \cdot 10^3 \text{ N} = 37,8 \text{ kN}$$

$$\bar{Q}_2 = 1,8 \cdot q_2 = 1,8 \cdot 4 \cdot 10^3 = 7,2 \cdot 10^3 \text{ N} = 7,2 \text{ kN}$$

Statické podmínky pro výpočet reakcí:

$$\Sigma M_{a,i} = 0$$

$$2,1 \cdot \bar{Q}_1 + 4,2 \cdot \bar{F}_1 + 5,1 \cdot \bar{Q}_2 + 6 \cdot \bar{B} = 0$$

$$\bar{B} = \frac{-2,1 \cdot 37,8 - 4,2 \cdot 12 - 5,1 \cdot 7,2}{6} = -27,75 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_{z,i} = 0$$

$$\bar{A} + \bar{Q}_1 + \bar{F}_1 + \bar{Q}_2 + \bar{B} = 0$$

$$\bar{A} = -37,8 - 12 - 7,2 - (-27,75) = -29,25 \text{ kN}$$

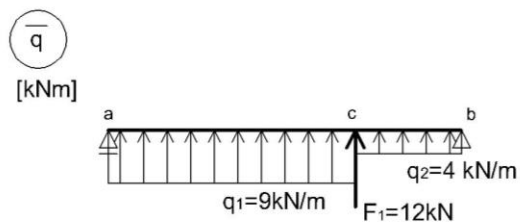
Určete posouvající síly v důležitých bodech fiktivního nosníku:

$$\bar{V}_a = (?) \text{ [kN]}$$

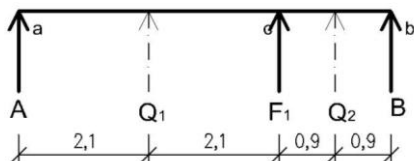
$$\bar{V}_{c,L} = (?) \text{ [kN]}$$

$$\bar{V}_{c,P} = (?) \text{ [kN]}$$

$$\bar{V}_b = (?) \text{ [kN]}$$



Obr.: Zatížení fiktivního nosníku



Obr.: Schéma s náhradními břemeny

Náhradní břemena:

$$\bar{Q}_1 = 4,2 \cdot \bar{q}_1 = 4,2 \cdot 9 \cdot 10^3 = 37,8 \cdot 10^3 \text{ N} = 37,8 \text{ kN}$$

$$\bar{Q}_2 = 1,8 \cdot q_2 = 1,8 \cdot 4 \cdot 10^3 = 7,2 \cdot 10^3 \text{ N} = 7,2 \text{ kN}$$

Statické podmínky pro výpočet reakcí:

$$\Sigma M_{a,i} = 0$$

$$2,1 \cdot \bar{Q}_1 + 4,2 \cdot \bar{F}_1 + 5,1 \cdot \bar{Q}_2 + 6 \cdot \bar{B} = 0$$

$$\bar{B} = \frac{-2,1 \cdot 37,8 - 4,2 \cdot 12 - 5,1 \cdot 7,2}{6} = -27,75 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_{z,i} = 0$$

$$\bar{A} + \bar{Q}_1 + \bar{F}_1 + \bar{Q}_2 + \bar{B} = 0$$

$$\bar{A} = -37,8 - 12 - 7,2 - (-27,75) = -29,25 \text{ kN}$$

Posouvající síly:

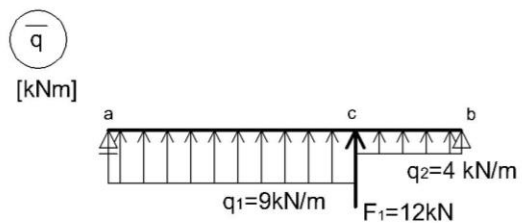
$$\bar{V}_a = \bar{A} = -29,25 \text{ kN}$$

$$\bar{V}_{c,L} = \bar{V}_a + \bar{Q}_1 = -29,25 + 37,8 = 8,55 \text{ kN}$$

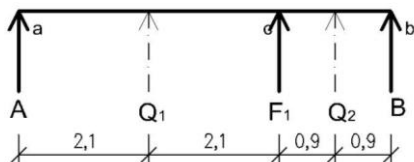
$$\bar{V}_{c,P} = \bar{V}_{c,L} + \bar{F}_1 = 8,55 + 12 = 20,55 \text{ kN}$$

$$\bar{V}_b = \bar{V}_{c,P} + \bar{Q}_2 = 20,55 + 7,2 = 27,75 \text{ kN}$$

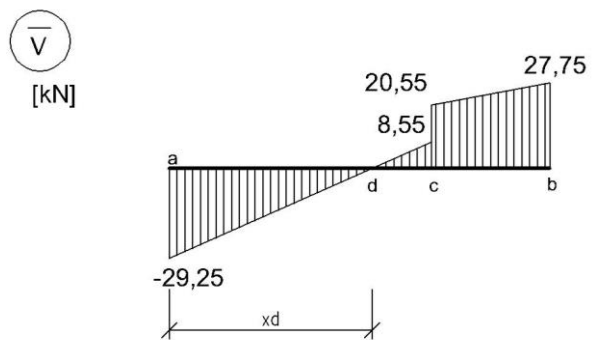
Vykreslete průběh posouvajících sil na fiktivním nosníku.



Obr.: Zatížení fiktivního nosníku



Obr.: Schéma s náhradními břemeny



Obr.: Průběh posouvajících sil na fiktivním nosníku

Posouvající síly:

$$\bar{V}_a = \bar{A} = -29,25 \text{ kN}$$

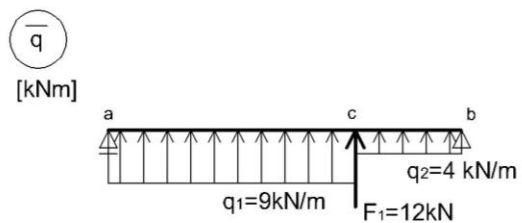
$$\bar{V}_{c,L} = \bar{V}_a + \bar{Q}_1 = -29,25 + 37,8 = 8,55 \text{ kN}$$

$$\bar{V}_{c,P} = \bar{V}_{c,L} + \bar{F}_1 = 8,55 + 12 = 20,55 \text{ kN}$$

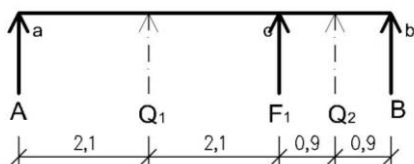
$$\bar{V}_b = \bar{V}_{c,P} + \bar{Q}_2 = 20,55 + 7,2 = 27,75 \text{ kN}$$

Určete polohu průřezu s nulovou posouvající silou:

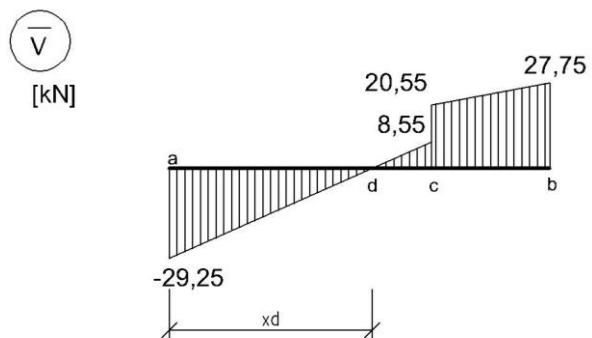
$$x_d = (?) \text{ [m]}$$



Obr.: Zatížení fiktivního nosníku



Obr.: Schéma s náhradními břemeny



Obr.: Průběh posouvajících sil na fiktivním nosníku

Posouvající síly:

$$\bar{V}_a = \bar{A} = -29,25 \text{ kN}$$

$$\bar{V}_{c,L} = \bar{V}_a + \bar{Q}_1 = -29,25 + 37,8 = 8,55 \text{ kN}$$

$$\bar{V}_{c,P} = \bar{V}_{c,L} + \bar{F}_1 = 8,55 + 12 = 20,55 \text{ kN}$$

$$\bar{V}_b = \bar{V}_{c,P} + \bar{Q}_2 = 20,55 + 7,2 = 27,75 \text{ kN}$$

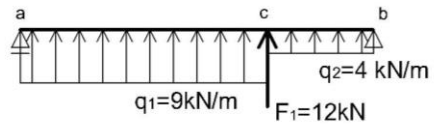
Poloha průřezu d s nulovou posouvající silou - podmínka pro polohu lokálního extrému ohybového momentu:

$$\bar{V}_d = 0$$

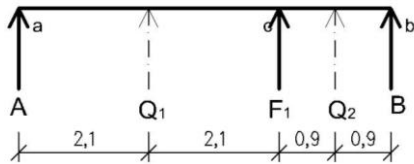
$$\bar{V}_d = \bar{V}_a + \bar{q}_1 x_d = 0$$

$$x_d = -\frac{\bar{V}_a}{\bar{q}_1} = -\frac{-29,25}{9} = 3,25 \text{ m}$$

\bar{q}
[kNm]

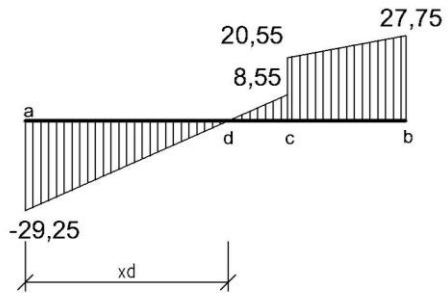


Obr.: Zatížení fiktivního nosníku



Obr.: Schéma s náhradními břemeny

\bar{V}
[kN]



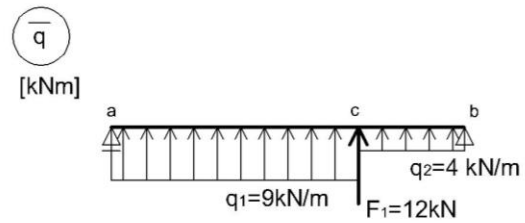
Obr.: Průběh posouvajících sil na fiktivním nosníku

Určete ohybové momenty fiktivního nosníku:

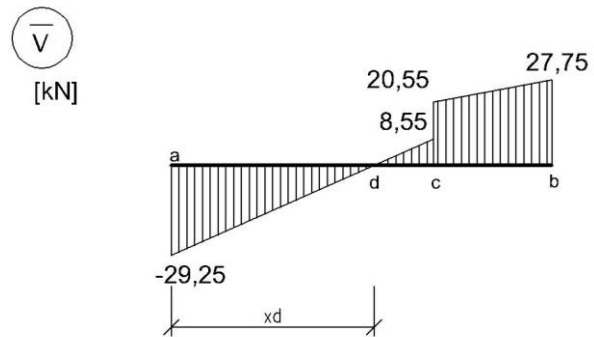
$$\bar{M}_c = (?) \text{ [kNm]}$$

$$\bar{M}_d = (?) \text{ [kNm]}$$

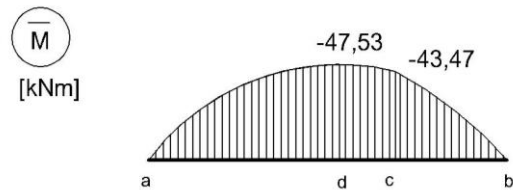
Vykreslete průběhy ohybových momentů.



Obr.: Zatížení fiktivního nosníku



Obr.: Průběh posouvajících sil na fiktivním nosníku



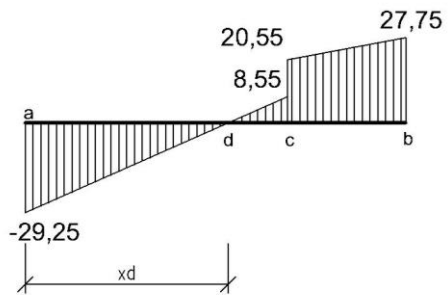
Obr.: Průběh ohybových momentů na fiktivním nosníku

Ohybové momenty:

$$\bar{M}_c = 1,8\bar{B} + 0,9\bar{Q}_2 = -27,75 \cdot 1,8 + 0,9 \cdot 7,2 = -43,47 \text{ kNm}$$

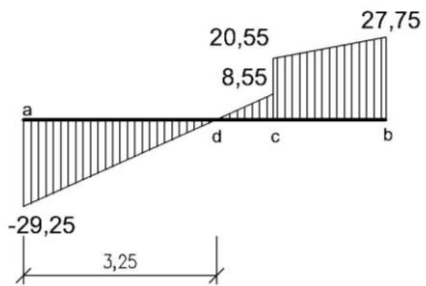
$$\bar{M}_d = \bar{A}x_d + \bar{q}_1 x_d \frac{x_d}{2} = -29,25 \cdot 3,25 + 9 \cdot \frac{3,25^2}{2} = -47,53 \text{ kNm}$$

\bar{V}
[kN]



Obr.: Průběh posouvajících sil na fiktivním nosníku

N
[kN]



Obr.: Průběh normálových sil na skutečném nosníku

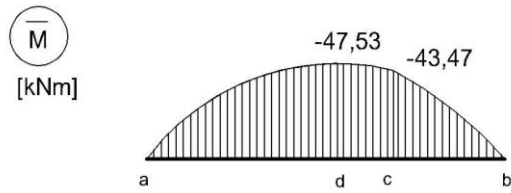
Normálové síly na skutečném nosníku odpovídají posouvajícím silám na fiktivním nosníku.

$$N_a = \bar{V}_a = -29,25 \text{ kN}$$

$$N_{c,L} = \bar{V}_{c,L} = 8,55 \text{ kN}$$

$$N_{c,P} = \bar{V}_{c,P} = 20,55 \text{ kN}$$

$$N_b = \bar{V}_b = 27,75 \text{ kN}$$



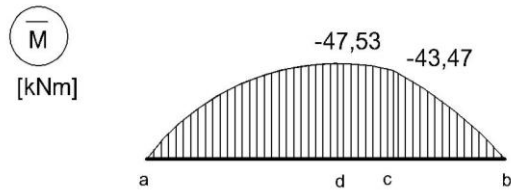
Obr.: Průběh ohybových momentů na fiktivním nosníku

Průřez nosníku je čtvercový o hraně $a = 0,16\text{m}$, modul pružnosti materiálu je $E = 11\text{MPa}$.

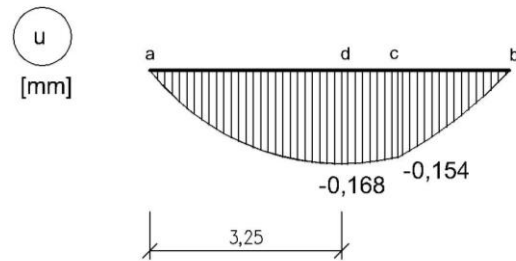
Určete osové posunutí skutečného nosníku:

$$u_c = (?) \text{ [mm]}$$

$$u_d = (?) \text{ [mm]}$$



Obr.: Průběh ohybových momentů na fiktivním nosníku



Obr.: Průběh osového posunutí u na skutečném nosníku

Průřezová plocha:

$$A = a^2 = 0,16^2 = 0,0256 \text{ m}^2$$

Posunutí skutečného nosníku:

$$u_c = \frac{\bar{M}_c}{EA} = \frac{-43,47 \cdot 10^3}{11 \cdot 10^9 \cdot 0,0256} = -0,154 \cdot 10^{-3} \text{ m} = -0,154 \text{ mm}$$

$$u_d = \frac{\bar{M}_d}{EA} = \frac{-47,53 \cdot 10^3}{11 \cdot 10^9 \cdot 0,0256} = -0,168 \cdot 10^{-3} \text{ m} = -0,168 \text{ mm}$$